

Comparativa de las tareas algebraicas presentes en los libros de texto de cuarto y sexto grado en Costa Rica.

Comparison of algebraic tasks present in fourth and sixth grade textbooks in Costa Rica.

Helen Bolaños-González^{1,2}, e.hbolanos@go.ugr.es, Orcid ID: <http://orcid.org/0000-0002-0406-0831>

Antonio Moreno², amverdejo@ugr.es, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-8284-3903>

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo comparar las tareas de patrones presentes en los libros de texto, con respecto a los niveles de cuarto y sexto grado de primaria de la Educación General Básica Costarricense desde el análisis de contenido. En este estudio, se describen dichas tareas, además se realiza un análisis comparativo de los niveles cuarto y sexto grado según el análisis de contenido que nos permite conocer similitudes y diferencias de ambos niveles educativos. Para ello se consideran las editoriales Grupo Nación y Editorial Santillana, se seleccionan 88 tareas presentes en dichos libros de texto. Se utiliza un paradigma cualitativo con carácter descriptivo.

Algunos resultados obtenidos nos permiten contrastar la propuesta de los libros de texto con la propuesta ministerial. Sobre el contenido de patrones existe una gran coincidencia entre ambas propuestas, sin embargo, se presentan discrepancias con respecto a los usos en los que se emplea el concepto matemático según los modos de interpretación. Evidenciando ausencia de tareas que permitan crear patrones o duplicarlos, así mismo no se encontró tareas en situaciones del entorno social o científico en relación con la aplicación de la matemática.

Palabras clave: patrones, pensamiento algebraico, primaria, libros de texto.

Abstract

This work aims to compare the pattern tasks present in textbooks, with respect to the fourth and sixth grade levels of primary school in Costa Rican Basic General Education from content analysis. In this study, these tasks are described, in addition to a comparative analysis of the fourth and sixth grade levels according to the content analysis that allows us to know similarities and differences of both educational levels. For this purpose, the publishers Grupo Nación and Editorial Santillana are considered, 88 tasks present in these textbooks are selected. A qualitative paradigm with a descriptive character is used.

Some results obtained allow us to contrast the textbook proposal with the ministerial proposal. Regarding the content of patterns, there is a great deal of agreement between the two proposals, however, there are discrepancies with respect to the uses in which the mathematical concept is used according to the modes of interpretation. Evidence of the absence of tasks that allow creating patterns or duplicating them, likewise no tasks were found in situations of the social or scientific environment in relation to the application of mathematics.

Keywords: patterns, algebraic thinking, primary, textbooks.

* Use este símbolo para: Autor para correspondencia

1 * Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica..

2 Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España.

Introducción

La selección del libro de texto en la mayoría de los casos es una decisión que debe tomar el docente, en miras de cumplir con los programas oficiales. Al respecto Olsher y Cooper (2021) mencionan que “Los libros de texto a menudo se consideran un medio para comunicar las intenciones didácticas de los documentos políticos de las oficinas ministeriales nacionales en diferentes países” (p 13). Como en muchos casos ocurre, los docentes dependen de un libro de texto para la toma de decisiones curriculares y la interpretación que el docente haga del mismo permite construir una versión única del currículo que se adecuada al contexto de aula.

Por otra parte, Monterrubio y Ortega (2009) agrega que el libro de texto es un recurso utilizado con frecuencia en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, este se implementa como manual de referencia del currículo oficial, de ahí la importancia de la selección de este recurso por parte del docente.

Además, Pincheira y Alsina (2021b) manifiesta que las tareas cumplen un rol importante en las experiencias de aula, por lo que es necesario brindar experiencias desde la formación docente que oriente el diseño de tareas, y proporcione herramientas que permita valorar y profundizar dicha tarea, así como la selección de la misma para los propósitos de enseñanza requeridos. Acosta et al. (2022) señalan como una necesidad del docente contar con insumos para analizar las tareas presentes en los libros de texto.

Por otra parte, Mengual et al. (2017) señalan que el análisis de libros de texto permite obtener una descripción detallada de las tareas presentadas en el libro y con ello, se dota al docente de criterios para la selección de las tareas para el trabajo de aula.

Algunos trabajos que han estudiado este recurso didáctico nos permiten profundizar ciertos aspectos así mismo nos dan antecedentes de dicha temática, por ejemplo, Real et al. (2012) utilizan el análisis didáctico como herramienta para el estudio de libros de texto escolares. Por otro lado, Aké y Godino (2018) realizan un estudio en México utilizando el modelo de niveles de algebrización para el análisis de tareas y así determinar el carácter algebraico, esto puede ser útil para valorar la complejidad de las tareas al analizar, comparar y elegir aquellas que cumpla con las condiciones adecuadas al contexto educativo.

Otros estudios relevantes para esta investigación son Acosta et al. (2022) que estudia la presencia de tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de editoriales españolas. Por otra parte, Pincheira et al. (2022) en Chile realizan un estudio similar respecto al análisis de contenido al considerar las tareas presentes en los libros de texto.

En lo referente a la alineación entre el currículo oficial y el libro de texto Vicente, et al. (2024) mencionan la importancia de la orientación precisa que establecen los documentos oficiales permitiendo a los diseñadores de libros, guiar el diseño de las tareas de aprendizaje en total concordancia con los programas oficiales de cada país.

En el contexto de la investigación, se considera relevante el análisis de la relación entre el libro de texto y el currículo en Costa Rica, debido a que el tema de relaciones y álgebra se introduce en el año 2012 en primaria con la implementación de los planes de estudio (MEP, 2012). Al considerar el libro de texto como un reflejo de lo que se imparte en el aula, es de interés conocer el tipo de tarea y reflexionar sobre el análisis de contenido de las tareas presentes en los libros de texto que se utilizan con mayor frecuencia por parte del

docente. Nos interesa especialmente el tema de patrones específicamente como parte del tema de relaciones y álgebra.

Al considerar los planes de estudio a nivel nacional que rigen a partir del 2012, con la introducción del álgebra, es de interés conocer la propuesta que se proyecta desde el libro de texto costarricense, dada su importancia en la planificación y desarrollo de las clases de primaria. El presente trabajo de investigación tiene como objetivo comparar las tareas de patrones presentes en los libros de texto, con respecto a los niveles de cuarto y sexto grado de primaria de la Educación General Básica Costarricense desde el análisis de contenido.

Así pues el objetivo de este trabajo es comparar el contenido sobre patrones que dos libros de texto ponen en juego en las tareas de dos cursos distintos. Para el presente estudio emplearemos el marco metodológico del Análisis Didáctico como un elemento clave que brinda insumos al docente en esa toma de decisiones. Este estudio se centra en el análisis de contenido presente en las tareas de los libros de texto y, en función de este, estableceremos criterios para seleccionar este recurso.

Marco teórico

Rico y Fernández (2013) mencionan que el análisis didáctico en matemática “tiene como propósito establecer los significados de los conceptos y aprehender la intencionalidad educativa del discurso en matemáticas” (p. 16). En el proceso se consideran componentes los cuales se basan en las dimensiones del currículo; según estas dimensiones surgen diferentes tipos análisis como parte del análisis didáctico. En el presente trabajo nos enfocamos solamente en el análisis de contenido.

Los patrones en la Educación Primaria

Según Acosta et al. (2022) el pensamiento algebraico temprano se desarrolla a través del abordaje de las relaciones estructurales de los patrones, lo cual conlleva al niño a crear bases matemáticas que posteriormente permite desarrollar la estructura de la aritmética. Por otra parte, Lüken y Sauzet (2021) reconocen la importancia de desarrollar capacidades como reconocer patrones, interpretar las estructuras y formar relaciones en los primeros años escolares.

Al respecto Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022) mencionan que llegar a reconocer las regularidades, y trabajar las relaciones desde sus diferentes representaciones, haciendo uso de los símbolos responde a la incorporación de patrones en primaria y de ahí su importancia.

En esa misma línea Zapatera (2018) describe cómo se podría desarrollar el tema de patrones en primaria, al respecto menciona que el patrón repetitivo cuyo propósito es formalización de patrones con un o más atributos, o para completar secuencias se propone en los dos primeros años de educación primaria; por otra parte el patrón recurrente cuyo propósito es la generalización se planea para el tercer año de primaria con la generalización cercana y lejana, el siguiente año se introduce la regla general, en los próximos dos años siguientes se trabaja el proceso inverso y finalmente, el último año se introduce la expresión algebraica.

En primaria Castro (1995) destaca que trabajar con patrones es una estrategia en la resolución de problemas matemáticos. Donde es necesario los procesos de (a) organizar los datos sistemáticamente, (b) determinar el patrón, (c) utilizar el patrón construido para obtener una respuesta.

Siguiendo la idea anterior, la propuesta del Ministerio de Educación costarricense (MEP, 2012) menciona como uno de los propósitos establecido en su propuesta es:

La introducción temprana y gradual de Relaciones y Álgebra, la edificación de un fundamento pedagógico para el aprendizaje de las funciones, una visión integradora de lo funcional y simbólico, y el cultivo de un sentido en el aula que favorezca la modelización de situaciones en diversos contextos (p. 12).

Se debe destacar que la propuesta ministerial se enfoca en “la exploración de patrones, la formulación de conjeturas, el razonamiento matemático y el uso correcto del lenguaje matemático en la comunicación oral y escrita” (MEP, 2012, p. 232). Dicha propuesta establece que en los primeros tres niveles se trabaja en la identificación de patrones en sucesiones con figuras, dibujos, representaciones geométricas y números. Para los siguientes tres niveles se busca profundizar los aprendizajes adquiridos, y llegar a determinar los términos de una sucesión a partir de un criterio o determinar el criterio o ley de formación.

Estructura conceptual del concepto de patrón en Educación Primaria.

Pincheira y Alsina (2021a) afirman que los conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en educación primaria son la

comprensión de distintos tipos de relaciones (de equivalencia, de orden, etc.) y de patrones (de crecimiento, de decrecimiento, etc.); uso de símbolos algebraicos y modelos matemáticos para representar situaciones matemáticas; comprensión del cambio; y uso de variables para determinar una constante o incógnita (p. 176).

Molina y Cañadas (2018) afirma que el álgebra temprana parte de una visión multidimensional del álgebra escolar que incluye la aritmética generalizada, el estudio y generalización de patrones. Para el presente trabajo es de interés prestar atención al tema de patrones, de ahí la importancia de definir qué se entiende por patrón en la educación primaria. Al respecto Castro et. al (2010) lo define como “lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse” (p. 57). También podría entenderse como “patrón a las sucesiones de elementos que se construyen siguiendo una determinada regla; los estudiantes, a partir de casos particulares, han de deducir esa regla para generalizar el patrón y continuar la sucesión” (p. 55) (Zapatera, 2018).

Los patrones se pueden clasificar según diferentes criterios, en la tabla 1 se muestran algunos elementos que nos permite poder llegar a clasificar las tareas de patrones presentes en los libros de texto.

Tabla 1.

Clasificación según el tipo de patrón

Patrones		
Construcción	Representación	Monotonía

Repetición	Numéricos	Crecientes
Recurrencia	Visuales-geométricos	Decrecientes
	Simbólicos-algebraicos	

Nota: Elaboración propia

Autores como Zapatera (2018), Acosta y Alsina (2024), entre otros nos permiten poder llegar a definirlos distintos tipos de patrón de la siguiente manera.

- Patrones de repetición: se repiten los elementos en función de uno o más aspectos, estos son un conjunto de elementos ordenados y se repiten de forma continua.
- Patrones recurrentes: los términos de la sucesión se expresan en función de los anteriores, este tipo de patrón posee un mayor nivel de complejidad, considerando un número mayor de elementos y al utilizar una regla o fórmula de mayor dificultad.
- Patrones numéricos: es una secuencia de números, en la que existe un criterio definido para calcular cada término a partir de los términos anteriores o su ubicación en la secuencia.
- Patrones visuales: se define como una secuencia estructurada de objetos, los cuales están dados en determinada forma y presentan ciertas características.
- Patrones simbólico-algebraicos: se refiere a expresar el patrón de una sucesión a través de símbolos alfanuméricos. Designando la letra como número generalizado.
- Patrones crecientes: es una secuencia con un patrón cuya regla o fórmula general aumenta cada término con respecto al siguiente.
- Patrones decrecientes: es una sucesión con un patrón cuya regla o fórmula general disminuye cada término con respecto al siguiente.

Hasta el momento se ha abordado patrones como concepto, sin embargo, es importante verlo desde otra perspectiva que nos permita profundizar en el tema y comprender el sentido del concepto, para esto el siguiente apartado ampliará al respecto.

Las tareas de patrones en la Educación Primaria.

Las tareas, según Marín (2013), son demandas por acciones que el docente plantea a los alumnos, que puede movilizar el conocimiento del alumnado sobre un tema específico de la matemática y en torno a los objetivos específicos del tema. La tarea involucra la actitud del estudiante frente a la puesta en práctica, y poder demostrar su conocimiento del tema, así como los procedimientos y las capacidades matemáticas.

El análisis de contenido según Lupiáñez (2013) se centra en “analizar, describir y establecer los diferentes significados que tienen las nociones involucradas en el tema de matemáticas sobre el que el profesor está realizando la planificación de una unidad didáctica” (p. 85). En esta investigación nos enfocaremos en los significados sobre patrones que están presentes en las tareas de los libros de texto

El mismo autor indica que este se organiza en torno a tres elementos del currículo: los sistemas de representación esto se refiere a las diferentes maneras en las que se puede representar el contenido y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos; la fenomenología en este caso se hace referencia a los fenómenos que pueden dar sentido al contenido matemático y finalmente la estructura conceptual esto implica las relaciones de los conceptos y procedimientos involucrados en el contenido específico.

En cuanto al contenido matemático Fernández (2016) explica que este se entiende como un conjunto de conceptos, procedimientos, estructuras y actitudes de un tópico matemático determinado. Este autor menciona el campo conceptual y procedimental, el primero de ellos se refiere a las ideas con las que se piensa, relacionan y organizan hechos, mientras que el campo procedimental mira las operaciones, propiedades y métodos matemáticos, sus modos de procesamiento y el conocimiento que respalda.

Al mismo tiempo Ruiz (2016) menciona que al estudiar un concepto matemático se debe analizar aquellas situaciones en que dicho concepto tiene aplicación y se trabaja. Estas situaciones permiten analizar y categorizar las tareas presentes en los libros de texto. A continuación, se describen cada una de ellas; primero tenemos las situaciones personales: son aquellas tareas que se enfocan en actividades cotidianas de los estudiantes. Luego las situaciones laborales y educativas: son aquellas tareas que se enfocan en situaciones centradas en el mundo laboral, también aquellas que se refieren al entorno educativo. Luego tenemos las situaciones sociales: son aquellas tareas que se refieren a temas de la comunidad del estudiante. Y finalmente, las situaciones científicas: son tareas relacionadas con aplicaciones de la matemática, en temas relacionados con la ciencia y la tecnología.

Con respecto a los modos de uso Ruiz (2016) menciona que el sentido de un concepto se identifica, mediante aquellos términos que comprendían su definición.

Por otro lado Zapatera (2018), menciona que los patrones de repetición tienen como propósito la formalización de patrones, se trabaja en completar sucesiones de patrones. Este autor también señala que los patrones recurrentes tienen como propósito la comprensión de la generalización de patrones, se focaliza en la generalización cercana y lejana, además permite trabajar el patrón de crecimiento, hallar el término general que se puede trabajar desde las figuras o la expresión algebraica de la regla general.

Autores como Cañadas y Castro (2006) y Pittalis et al. (2020) apuntan que para trabajar patrones en primaria se debe extender patrones, identificar una regla, continuar una sucesión, extrapolar, generalizar, obtener el término general o utilizar este para términos concretos.

Aunado a lo anterior, Rittle-Johnson, et al. (2018) propone duplicar, ampliar, abstraer e identificar el patrón para trabajar distintas habilidades de repetición de patrones. Lüken y Sauzet (2021) agregan la tarea de crear patrones como una competencia de mayor dificultad. Así mismo Acosta y Alsina (2024) agregan que:

la demanda cognitiva de la habilidad de copiar, interpolar o extender no es la misma que para tareas como abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición o crear, que sí requieren de una percepción más abstracta y funcional del patrón, así como de sus unidades de repetición (p. 214).

En cuanto a los modos de uso para el tema de patrones en primaria; Ruiz (2016) señala que “los distintos términos para un mismo concepto ayudan a conocer sus diversos sentidos” (p. 140). Los sentidos de uso se logran identificar mediante la revisión de distintas interpretaciones, seleccionando lo que se ajusta al tipo de estudio que se está realizando. De esta manera logramos definir los distintos modos de uso del tema de patrones presentes en las tareas del libro de texto, los siguientes:

- Duplicar un patrón
- Ampliar o continuar el patrón de una secuencia
- Abstraer o traducir
- Identificar y describir el patrón

- Interpolar
- Crear o inventar un patrón
- Determinar la regla o fórmula general de una secuencia
- Construir una sucesión

A partir de lo descrito en este apartado, es necesario tener en cuenta el contenido del tema de patrones que se debe desarrollar en primaria, por lo que en el siguiente apartado se mencionan elementos e insumos que permiten tener claridad en este aspecto.

Metodología

La investigación se enmarca en el paradigma cualitativo (Hernández et al. 2014) menciona que este paradigma proporciona profundidad de los datos y riqueza interpretativa. El alcance de este tipo de estudios consiste en comprender un fenómeno complejo, por lo que no se pretende medir las variables sino entenderlo. Por lo que se puede decir que los datos cualitativos son descripciones detalladas de situaciones, eventos, interacciones, entre otros.

El estudio será de naturaleza descriptiva, en busca de describir las tareas presentes en el libro de texto desde el análisis de contenido para evidenciar la relación entre el libro de texto y el currículo de Costa Rica. Según Hernández et al. 2014, este análisis es “útil para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación” (p. 98).

Muestra

Se consideraron en total cuatro libros de texto de las editoriales más utilizadas por los docentes de primaria en Costa Rica y además que atendían las políticas curriculares de la reforma matemática implementada en el año 2012 (Jiménez et al. 2020). Las series de los libros que se utilizan son la Asociación Libros para Todos del Grupo Nación y Editorial Santillana, cuyos años de reimpresión son entre el 2019 y el 2021.

Se seleccionaron 50 tareas del área de relaciones y álgebra que se vinculan con el tema de patrones en los libros de cuarto grado y 38 tareas de los libros de sexto grado.

Recogida de datos

Al seleccionar los libros de texto se hace una revisión bibliográfica que permite definir las categorías de análisis. Se recogen los datos en un Excel por medio de una guía de análisis de tareas elaborada a partir de las categorías definidas. Para el estudio de los datos se emplea el análisis de contenido. Debemos recordar que es un trabajo cualitativo lo que nos permitió poder revisar nuestras categorías en términos de los datos obtenidos y reflexionar al respecto.

Se emplea un instrumento llamado guía de análisis el cual se valida por medio del juicio de expertos. Según Hernández, et al. (2014) la validez de un instrumento por medio del juicio de expertos es el “grado en que un instrumento realmente mide la variable de interés, de acuerdo con expertos en el tema” (p. 204).

Categorías de análisis

Para el presente artículo se puntualiza en dos aspectos de interés, el primero de ellos es el contenido matemático presente en la tarea del libro de texto y el segundo son los contextos y sentidos de uso que se identifican en la tarea presente en el libro de texto, para esto se definen cuatro categorías y los descriptores que permitieron organizar y puntualizar aquellos elementos del análisis de contenido de las tareas.

- Contenidos relacionados con el tema de patrones: en este descriptor clasificamos los patrones según la construcción, la representación y la monotonía.
- Clasificación cognitiva de los contenidos matemáticos: para ello se considera clasificar el contenido como conceptual o procedimental.
- Situaciones en las que se sitúa el contexto de la tarea: en este caso se considera el contexto personal, profesional o educativo, social o científico.
- Sentidos de uso en los que se emplea la tarea: en este caso se definen ocho descriptores que nos permiten clasificar las tareas presentes en el libro de texto según el uso del concepto de patrón.

A partir de la categorización anterior, se crea un instrumento que permite realizar el análisis de contenido de las tareas presentes en los libros de texto de cuarto y sexto de primaria llamado ficha para el análisis de contenido.

Resultados

Luego de la revisión de 88 tareas seleccionadas del libro de texto, se describen en este apartado los resultados que permiten conocer la propuesta de tareas de patrones en miras de cumplir con la propuesta ministerial; además de analizar la coincidencia o discrepancia entre los niveles de cuarto y sexto grado según el análisis de contenido.

El tipo de contenido presente en las tareas

El tipo de contenido presente en las tareas de los libros de texto se visualiza desde tres criterios, el primero de ellos es la construcción del patrón, en este caso tenemos los patrones de repetición y de recurrencia, al respecto podemos mencionar que en ambos niveles educativos se visualizó un comportamiento similar (tabla 2).

Tabla 2

Contenido de las tareas por el nivel educativo

	Representación			Construcción		Monotonía	
	Númerico	Visual	Algebraico	Recurrencia	Repetición	Creciente	Decreciente
Cuarto	28,06	7,91	0,00	31,65	4,32	23,74	4,32
Sexto	29,59	5,10	6,12	25,51	4,08	25,51	4,08

Nota: Elaboración propia

El currículo costarricense expone para los niveles de cuarto a sexto grado trabajar sucesiones recursivas donde al estudiante se motive explorar, conjeturar e identificar el patrón. De acuerdo a los resultados los patrones de recurrencia se visualizan con mayor frecuencia en estos niveles, en concordancia tanto con la propuesta ministerial como algunos autores como Zapatera (2018), señalando que los patrones de recurrencia tienen mayor dificultad que los de repetición por lo que se sugiere trabajar en los últimos años de la primaria.

Es importante aclarar que, en esta categoría de análisis, una tarea podría encasillarse en más de una opción, por ejemplo, en la figura 1 representa un patrón de repetición, pero también es un patrón visual.

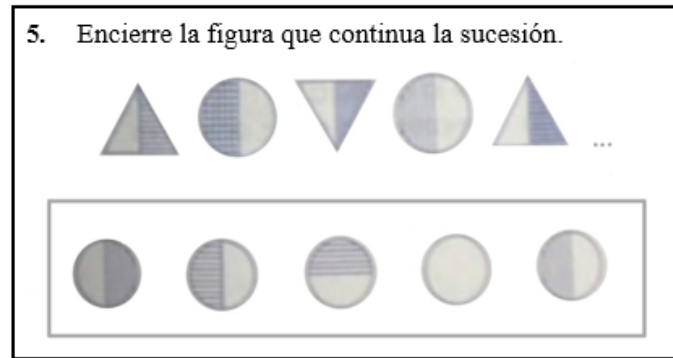


Figura 1: Tipo de patrón: visual-repetición, SAN6to-pág. 115-5

De acuerdo con el tipo de patrón tenemos la segunda clasificación con respecto al tipo de representación en este caso encontramos los patrones como numéricos, visuales y algebraicos. Los resultados obtenidos evidencian que en estos niveles de cuarto y sexto grado se trabajan patrones visuales en menor medida, aumentando el uso del patrón número y se inicia a trabajar el patrón simbólico.

Se debe aclarar que los patrones simbólicos o algebraicos solo se evidenciaron en las tareas de sexto grado, en conformidad con lo planteado en la propuesta ministerial (MEP, 2012) y Zapatera (2018) que afirman que en este nivel se inicia a introducir el criterio o fórmula general de la sucesión. En la figura 2 se muestra una tarea donde se le da al estudiante la fórmula y él debe calcular los primeros diez términos de la sucesión. Esta fórmula responde a un ejemplo de patrón algebraico en sexto grado.

2. Complete la tabla con los 10 primeros términos de cada sucesión

- Considere n a partir de 1.

Sucesión \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a(n) = 7 \times n - 2$										
$a(n) = n + \frac{1}{3}$										
$a(n) = n - \frac{1}{n}$										

Figura 2: Tipo de patrón: lineal, SAN6to-pág. 115-2

La tercera clasificación del tipo de patrón responde a la monotonía, al respecto en los resultados se obtienen que en ambos niveles educativos se encontró mayor cantidad de tareas con un patrón creciente en comparación al decreciente. Con respecto a comparar donde se presentó mayor cantidad de tareas de cada nivel educativo, se obtiene que en cuarto grado hay más tareas de patrones decrecientes, y en sexto grado se dio mayor cantidad de tareas con patrones crecientes.

Clasificación cognitiva de los contenidos matemáticos

Respecto a la clasificación cognitiva de los contenidos matemáticos se obtiene que lo procedimental se evidencia con mayor frecuencia en cuarto (88%) y sexto (86, 84%)

grado, mientras que las tareas conceptuales se reflejan en menor frecuencia tanto en cuarto (12%) como en sexto (13,16%) grado manteniendo un comportamiento similar en ambos niveles. Como se puede evidenciar se obtiene mayor preferencia de tareas procedimentales en comparación a las conceptuales. Una tarea procedimental, va más allá de identificar, permitiendo evidenciar el conocimiento que sustenta ese procedimiento y el modo de procesamiento que se llevó a cabo (Fernández, 2016) por lo cual las tareas procedimentales tienen mayor exigencia.

Un ejemplo de tarea conceptual que se presentó en el libro de texto es la que se representa en la figura 3, en la cual el estudiante debe tener claridad de los conceptos de patrón y de sucesión, así lograr razonar e identificar cuál es la imagen que permite continuar la sucesión de dicha tarea.

Otra de las tareas analizadas que se clasifica como una tarea procedimental en este caso, ya que se requiere cierto procedimiento y razonamiento para llegar a su solución se evidencia en la figura 3, donde se plantea un problema al estudiante, este debe construir una sucesión a partir de los datos del problema dado, para lograr responder las interrogantes.

Sucesiones
Resuelvo el siguiente problema
1. Para mejorar su nota en Matemática, Daniel decidió resolver 3 ejercicios más cada día.
a. Si inicio un lunes con tres ejercicios, ¿Cuántos ejercicios resolverá el domingo?
Respuesta: _____
b. ¿Cuántos ejercicios resolvió en total esa semana?




Figura 3: Procedimental, GN4to-pág.64-1

Considerando lo descrito en este apartado es importante resaltar que las tareas tanto procedimentales como conceptuales son importantes en el proceso de aprendizaje, estás están asociadas a conocimientos y habilidades necesarias en la matemática.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos respecto a las situaciones en las que se enmarcan las tareas analizadas.

Las situaciones en las que se sitúa el contexto de la tarea

En el nivel de cuarto se analizaron 50 tareas de donde se obtuvo 6% de tareas relacionadas a situaciones personales como por ejemplo, la figura 3, y un 94% de ellas se ubicaron en situaciones profesionales o educativas, por ejemplo la figura 4.

En cuanto al nivel de sexto grado se analizaron 38 tareas y se obtuvo un 100% de ellas como tareas en el contexto profesional o educativo, por ejemplo, la figura 1 y 2.

Con respecto a las situaciones que se plantean las tareas analizadas del libro de texto se logra observar que en lo social y lo científico no se cuenta con ninguna tarea tanto en cuarto como en sexto se repite este resultado.

Al respecto el MEP (2012) señala que los trabajos extraclase podrían orientarse a “evaluar el reconocimiento de patrones en el contexto del hogar o de la comunidad de cada

estudiante, y son recomendados para reforzar y profundizar los conocimientos adquiridos” (p. 145) lo que nos permite asumir que este tipo de situaciones deben considerarse en la planificación del docente y nos da la sugerencia a que el docente puede proponer tareas al estudiante para resolver en su casa relacionadas con situaciones personales o sociales, aunque en el libro de texto no cuenta con ese tipo de tareas es importante que el docente complementa en su planificación de clase.

Sentidos de uso en los que se emplea la tarea presente en el libro de texto

De los datos obtenidos se observaron los sentidos de uso de las tareas presentes en los libros de texto, para definirlos se revisó la bibliografía de tal manera que nos permita establecer los sentidos de uso en las tareas de patrones. En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 3

Los sentidos de uso de las tareas presentes en los libros de texto por nivel educativo.

	Cuarto	Sexto
Ampliar o continuar el patrón de una secuencia	68,00	39,47
Interpolar	6,00	21,05
Construir una sucesión	4,00	18,42
Identificar y describir el patrón	14,00	7,89
Determinar la regla o fórmula general de una secuencia	0,00	7,89
Abstraer o traducir	4,00	2,63
Duplicar un patrón	0,00	0,00
Crear o inventar un patrón	0,00	0,00
Sin categorizar	4,00	2,63
Total	100,00	100,00

Nota: Elaboración propia de la investigación.

En el nivel de cuarto grado tenemos que el sentido de uso que se refleja en un mayor porcentaje ha sido ampliar o continuar el patrón de una secuencia esto significa que predominan las tareas donde se desea encontrar el siguiente elemento de una secuencia, a esto se le puede decir que estamos extrapolando, en este caso se obtuvo un 68% del total de tareas de este nivel en comparación a 39.47% de sexto, que para este nivel también es la de mayor porcentaje. En la figura 4 se muestra este tipo de tareas que se han analizado. En algunas ocasiones en el enunciado viene las condiciones para hallar el siguiente término, pero otras no, por ejemplo (figura 4) en esta tarea el estudiante debe identificar el patrón de la sucesión para iniciar a completar los siguientes términos.

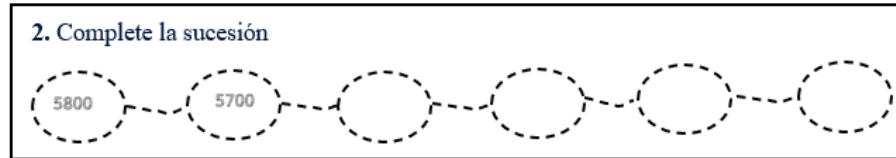


Figura 4: Completar la secuencia. SAN4to-pág. 50-2

En el caso de sexto grado, también es interesante señalar el segundo lugar con mayor portaje para este nivel, este fue interpolar. En dichas tareas se le pide al estudiante encontrar elementos faltantes de una secuencia como se muestra en la figura 5 donde observamos la presencia del componente algebraico.

Resuelvo los siguientes problemas

1. Análizo los retos asignados y las soluciones 😊

a. Completo la tabla con los términos de la sucesión dada por el criterio $a(n) = \frac{n(n+1)}{5}$

$a(1)$	$a(2)$	$a(3)$	$a(4)$	$a(5)$	$a(6)$	$a(7)$	$a(8)$	$a(9)$	$a(10)$
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$			6				18	

b. ¿Cuál es el término número 24 de la sucesión anterior?

Figura 5: Interpolar. GN6to-pág. 150-1

También es interesante señalar los sentidos de uso de menor porcentaje. En el nivel sexto grado, se reflejan un pequeño porcentaje de las tareas que responde a determinar la regla o fórmula general de una secuencia en este caso las tareas pretenden encontrar un criterio que permita determinar cualquier término de la sucesión. Este tipo de tareas no se evidencian en cuarto grado, esto responde al nivel de dificultad que representa este tipo de tareas. Por ejemplo, en la figura 6 tenemos un ejemplo de tarea que se pide escribir la fórmula que define la sucesión dada en cada caso. Esta tarea corresponde al nivel de sexto grado.

3. Defina cada sucesión en forma simbólica. Trabaje en parejas.

- Considere n a partir de 1.

a. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ... → _____

b. 3, 9, 27, 81, 243, 729 ... → _____

c. $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36} \dots$ → _____

Figura 6: Determinar la regla. SAN6to-pág. 115-3

Además, es importante resaltar que no se evidencian tareas de duplicar un patrón que implica una réplica exacta del patrón y crear o inventar un patrón, según Lüken y Sauzet (2021) estas tareas implican una mayor dificultad para el estudiante. De acuerdo con el MEP (2012) se debe proporcionar la mayor cantidad posible de oportunidades para que el estudiante construya sus propios ejemplos de patrones, conjeture y argumente su estrategia,

lo que no coinciden con los resultados obtenidos ya que no se evidenció por ejemplo las tareas de crear patrones siendo esta una habilidad fundamental.

Conclusiones

Al analizar las tareas de patrones presentes en cuatro libros de texto de la educación primaria costarricense en términos del análisis de contenido, nos permitió llegar a diversas conclusiones interesantes que se describen en este apartado. Se debe recordar que este estudio consideró los niveles de cuarto y sexto grado evidenciando algunas similitudes o diferencias entre los niveles, en función del currículo costarricense.

En primer lugar, se describe el tipo de tarea presente en los libros de texto tanto para cuarto como para sexto, se caracteriza por utilizar patrones numéricos, de recurrencia y crecientes dejando de lado los patrones visuales, de repetición y decrecientes. Según Zapatera (2018) la generalización de patrones se trabaja desde un patrón de recurrencia a partir del tercer grado, lo que estaría coincidiendo con los resultados obtenidos.

En comparación de cuarto y sexto, los patrones visuales, de repetición y decreciente, aunque se encontraron en menor cantidad, al comparar ambos niveles se observa mayor presencia en el nivel inferior, esto afirma lo que zapatera menciona respecto al patrón de repetición que tiene por objetivo la formulación de patrones para posterior aumentar el nivel de dificultad en la tareas en niveles siguientes.

En cuanto al contenido presente en las tareas también se concluye que el uso de la expresión algebraica se inicia en sexto grado, en concordancia tanto con el MEP (2012) y Zapatera (2018). Ya que el trabajar con criterios o fórmulas algebraicas que representan una expresión algebraica puede generar un gran paso de la aritmética al álgebra que el estudiante debe interiorizar y aplicar en las tareas de patrones. En correspondencia con Salazar et al. (2016) quien menciona que la exploración de propiedades aritméticas podría llegar a ser generalizadas con el álgebra, siendo esto un proceso que inicia en la educación primaria.

Una de las conclusiones de este estudio es que el tipo de tareas analizadas si responden a la propuesta de los planes de estudio, donde a un nivel más alto mayor exigencia. Al respecto el MEP (2012), señala que para el nivel de sexto grado se debe analizar sucesiones y patrones con números y figuras con un mayor grado de complejidad donde el patrón puede incluir dos operaciones y hacer uso del simbolismo matemático apropiado. Recordemos que, aunque sea el mismo tipo de patrón, tiene distinta demanda cognitiva. Finalmente se puede afirmar que el libro abarca todos los contenidos de patrones estipulados en el currículo costarricense.

En segundo lugar, mencionaremos el contexto de la tarea al respecto se puede decir que la mayoría de las tareas de patrones se ubican en el contexto profesional o educativo, lo cual refleja una ausencia de tareas que se vinculen a contexto científicos o sociales del alumno. Esto le da la oportunidad al docente de buscar otras situaciones en las que se sitúe el contexto de la tarea permitiendo tener una visión más amplia y aplicada de la matemática en concordancia con lo señalado con el MEP (2012). Por ello consideramos importante que el docente retome los contextos como el personal, social o científico para la planificación de tareas de patrones.

Como tercer aspecto está los sentidos de uso, los que más se evidenciaron en el análisis de tareas de los libros de texto para trabajar patrones en primaria, en el caso de

cuarto grado son tareas que buscan identificar y describir el patrón, así como ampliar el patrón de una secuencia uso que también se visualiza en sexto grado como el más frecuente, Rittle-Johnson, et al. (2018) mencionan que ampliar e identificar el patrón permite trabajar diferentes habilidades de repetición de patrones en los primeros años escolares. Sin embargo, es importante considerar no sólo patrones de repetición, sino también de recurrencia en estos niveles, Zapatera (2018) señala que los patrones recurrentes permiten llegar a la generalización de patrones y trabajar la regla general, uso de la expresión algebraica en niveles como cuarto o sexto, de esta forma nos acercamos al aprendizaje deseado en estos niveles.

El resultado anterior, nos vuelve a exponer el tipo de tarea que está en los libros de texto, y se relaciona con el uso que le damos al concepto matemático por medio de las tareas, dejando de lado tareas con sentidos de uso como duplicar un patrón o inventar un patrón en ambos niveles. Lo cual nos permite afirmar que existe una falta de tareas que se enfoque en otro tipo de sentidos de uso, en este caso el docente debe proporcionar tareas que permita trabajar las distintas habilidades necesarias del tema de patrones en primaria. Los resultados confirman que se debe complementar el libro de texto para el uso del docente en el aula debido a que cuenta con deficiencias de tareas según los sentidos de uso. Además, se identificó un grupo de tareas que no se logró clasificar dentro de los sentidos de usos de la tarea de patrones, lo cual nos invita a reflexionar en el tipo de tareas presente en los libros de texto.

Nuestro trabajo señala la importancia de reconocer algunos criterios del análisis de contenido para seleccionar el libro de texto, así como las tareas que trabajan en el salón de clase, lo que permite no solo facilitar el paso de la aritmética al álgebra de manera paulatina y natural, sino que haga una correcta selección en concordancia con la propuesta curricular y logre abordar todos aquellos conceptos y elementos relacionados con la temática, sin restar importancia en cada uno de los procesos de aprendizaje.

Finalmente, el comparar las tareas de cuarto y sexto grado, nos permite concluir que existe una diferencia importante tanto en el tipo de contenido presente en la tarea como el sentido de uso, se marca el nivel de exigencia y dificultad entre los grados. Además, se reflexiona sobre los sentidos de uso, y que el docente puede proponer en su planificación tareas que permitan su abordaje en clase. También se deja de lado ciertas tareas en contextos sociales o científicos, dando la responsabilidad al docente de propiciar este tipo de contextos que implique profundizar e involucrar aspecto de la comunidad, de la ciencia y tecnología lo cual acerca más al alumno a la realidad actual.

Reconocimientos

Este trabajo se realiza en el proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: H.B.G. 50 % y A.M.V. 50 %.

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [H.B.G], previa solicitud razonable.

Referencias

- Acosta, Y., y Alsina, Á. (2024). Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 18(2), 189–222. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>
- Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. *AIEM – Avances de investigación en educación matemática*, 22, 91-110. <https://aiem.es/article/view/v22-acosta-pincheira-alsina>
- Aké, L. P., y Godino, J. D. (2018). Análisis de tareas de un libro de texto de primaria desde la perspectiva de los niveles de algebrización. *Revista Educación Matemática*, 30(2), 171-201. <https://doi.org/10.24844/EM3002.07>
- Cañadas, M. C., y Castro, E. (2006). Un procedimiento para la caracterización de estrategias en problemas de sucesiones que involucran el razonamiento inductivo. *Indivisa*, 4, 13-24. <https://doi.org/10.37382/indivisa.viMonografiaIV.599>
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales: estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años)*. Granada, España: Comares. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/25009/EncarnacinCastroMartnez.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Castro, E., Cañadas, M. C., y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO: Revista de Didáctica de la Matemática*, 54, 55-67. <http://funes.uniandes.edu.co/1557/>
- Cetina-Vázquez, M. y Cabañas-Sánchez, G. (2022). Estrategias de generalización de patrones y sus diferentes formas de uso en quinto grado. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(1), 65-86. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096>
- Fernandez, J. A. (2016). Análisis del Contenido. En. Rico, L.; Moreno, A. (Coords.). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp 103-117). Pirámide
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw-Hill.
- Jiménez-Castro, M., Arteaga, P., y Batanero, C. (2020). Los Gráficos Estadísticos en los Libros de Texto de Educación Primaria en Costa Rica. *Bolema: Boletim de Educação*

- Matemática*, 34(66), 132-156. Epub April 17, 2020. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a07>
- Lüken, M. y Sauzet, O. (2021) Patterning strategies in early childhood: a mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies, *Mathematical Thinking and Learning*, 23 (1), 28-48, <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1719452>
- Lupiañez, J. (2013). Análisis Didáctico: la planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*, 81-102. Comares.
- Marín, A. (2013). El Análisis de instrucción: instrumento para la formación inicial de profesores de secundaria. En *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 103-121). Comares.
- Mengual, E., Gorgorió, N., y Albarracín, L. A. (2017). Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: el caso de la medida. *REDIMAT*, 6(2), 136-163. <https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2415>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programa de estudios. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. Matemáticas. Costa Rica. <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Molina, M., y Cañadas, M. C. (2018). La noción de estructura en early algebra [The notion of structure in early algebra]. En P. Flores, J. L. Lupiáñez, y I. Segovia (Eds.), *Enseñar Matemáticas, homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz* (pp. 129-141). Granada, Spain: Atrio. https://ued.uniandes.edu.co/la-nocion-de-estructura-en-early-algebra_pub/
- Monterrubio, M.C., y Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/13/SEIEMXIII-MonterrubioOrtega.pdf>
- Olsher, S., y Cooper, J. (2021). Aspects of the teacher-textbook relationship: What can we learn about teachers when they tag didactic metadata? *ZDM – Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01251-4>
- Pincheira, N., Acosta, Y., y Alsina, A. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *PNA*, 17(1), 1-24. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522>
- Pincheira, N., y Alsina, Á. (2021a). El álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: Implicaciones para la formación docente. *Bolema, Boletim de Educação Matemática*, 35(71), 1316-1337. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05>

- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021b). Explorando la demanda cognitiva de tareas matemáticas de búsqueda de patrones diseñadas por futuros profesores de Educación Primaria. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 489 – 496). Valencia: SEIEM. <https://www.researchgate.net/publication/355499267>
- Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., y Christou, C. (2020). Young Students' Functional Thinking Modes: The Relation Between Recursive Patterning, Covariational Thinking, and Correspondence Relations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(5), 631-674. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0164>
- Real, I., Segovia, I. y Ruiz, F. (2012). Aplicación del análisis didáctico al diseño de una herramienta de análisis de los textos de Andrés Manjón para la enseñanza de las matemáticas. En D. Arnau, J. L. Lupiáñez, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática-2012* (pp. 169-180). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València y SEIEM. <http://funes.uniandes.edu.co/5441/1/Real2012Aplicaci%C3%B3nInvestigaciones.pdf>
- Rico, L. y Fernández, A. (2013). Análisis Didáctico y Metodología de Investigación. En: Rico, L.; Lupiáñez, J. L.; Molina, M. (Eds.). *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Comares.
- Rittle-Johnson, B, Zippert, E. L. y Boice, K. L. (2018). The Roles of Patterning and Spatial Skills in Early Mathematics Development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 166-178. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Ruiz, J. F. (2016). Sentidos y modos de uso de un concepto. En Rico, L.; Moreno, A. (Coords.). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp 139-153). Pirámide
- Salazar, V., Cabañas-Sánchez, G., y Navarro, C. (2016). Tareas relacionadas con el álgebra temprana en los libros de texto de matemáticas de primaria. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1, 49-56. <http://funes.uniandes.edu.co/15398/>
- Vicente, S., Sánchez, R., Sánchez-Barbero, B., Rodríguez-Sánchez, M., & Ramos, M. (2024). Theoretical-methodological approaches and textbook design: analysis of arithmetic word problems in Spanish textbooks. *European Journal of Psychology of Education*. <https://doi.org/10.1007/s10212-024-00808-7>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones: una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*. (97), 51-67. <http://funes.uniandes.edu.co/12877/>